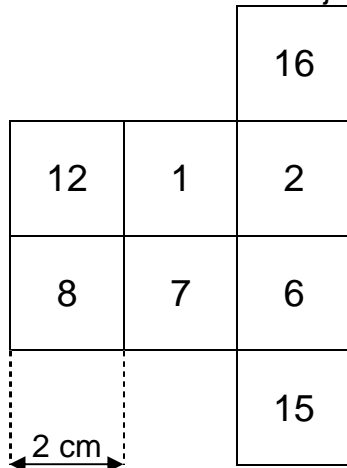


58. ročník Matematickej olympiády

Riešenia kategórie Z5, okresné kolo

Z5-II-1

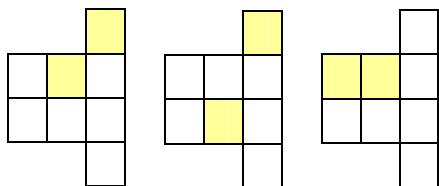
Mirko si zo štvorcovej siete s vpísanými číslami vystrihol útvar na obrázku:



Odstrihni dva štvorčeky útvaru tak, aby sa výsledný útvar nerozpadol, aby po odstrihnutí oboch štvorčekov mal rovnaký obvod ako pôvodne a aby súčet vpísaných čísel bol najmenší možný.

(M. Petrová, M. Dillingerová)

Možné riešenie: Aby sa nezmenil obvod musíme strihať tak, aby sme nezmenili počet strán štvorčekov v celkovom obvode útvaru. Teda buď každý štvorček striháme tak, aby sa počet nemenil, alebo pri odstrihnutí jedného pridávame a pri odstrihnutí druhého uberáme. Situácia je graficky znázornená na obrázkoch. Celkovo je 6 možností (symetrické v obrázkoch chýbajú).



Aby sa útvar nerozpadol a pritom zostal rovnaký obvod, môžeme odstrihnúť tieto dvojice štvorčekov: (1, 12), (1, 15), (1, 16), (7, 8), (7, 15), alebo (7, 16).

Najmenší súčet vpísaných čísel bude mať zmenšený útvar po odstrihnutí štvorčekov s najväčším súčtom, teda s číslami 7 a 16.

Súčet potom bude $12 + 8 + 1 + 2 + 6 + 15 = 44$.

Hodnotenie:

- 1 bod za výpočet obvodu, prípadne zdôvodnenie, prečo sa obvod nezmení;
- 2 body za nájdenie dvojíc štvorčekov, po odstránení ktorých sa obvod nezmení;
- 2 body za nájdenie dvojice (7, 16);
- 1 bod za výpočet najmenšieho súčtu 44, alebo iné zdôvodnenie, že po odstrihnutí (7, 16) bude súčet najmenší.

Poznámka: Žiak môže postupovať aj naopak: Najprv hľadá najväčšie súčty, potom kontroluje obvod.

Z5-II-2

Pätnásť rovnakých na sebe položených listov papiera som naraz preložil napoly. Získal som tak „zošit“, ktorého stránky som očísloval po poradí číslami 1 až 60. Ktoré ďalšie tri čísla sú napísané na tom istom liste papiera ako číslo 25?

(L. Šimůnek)

Možné riešenie: Keď otvoríme zošit presne v polovici, vidíme čísla strán 30 a 31.

Na tom istom liste sú tiež čísla 29 a 32. Pod týmto prostredným listom je list s číslami 28, 27 a 33, 34. Na ďalšom liste sú čísla 26, 25 a 35, 36 a na tento list sa úloha pýta.

Hodnotenie:

3 body za výsledné čísla a 3 body za zdôvodnenie.

Z5-II-3

Fero Všímový si opakoval malú násobilku jednotlivých čísel tým, že vypisoval jej výsledky za sebou bez medzier a čiarok. Napríklad u násobilky čísla 2 by mal napísané 2468101214161820. Do jedného riadku takto zapísal násobilku 3, za ňou ihneď násobilku 5 a nakoniec 9. Potom si tento riadok prezrel a zistil, že sa v ňom objavujú zrkadlové čísla. (Zrkadlové číslo má aspoň 3 číslice a číta sa zozadu rovnako ako spredu, napríklad: 272, 3553, 98089.) Napíš 3 najmenšie zrkadlové čísla a jedno najväčšie zrkadlové číslo z Ferovho riadka.

(L. Hozová)

Možné riešenie: Žiaci si musia všetky čísla vypísať. Dostanú toto:

3691215182124273051015202530354045509182736455463728190

Najmenšie zrkadlové číslo je 101, potom 121, potom 151.

Najväčšie zrkadlové číslo je 09182736455463728190.

Hodnotenie:

1 bod za postupnosť čísel

1 bod za výsledné 101

1 bod za výsledné 121

1 bod za výsledné 151

1 bod za správne poradie nájdených troch čísel

1 bod za najväčšie číslo (Ak žiak nebude chcieť písať nulu na začiatku čísla, tak bude posledné číslo 918273645546372819, čo tiež považujeme za správne riešenie.)